2024

# Nuevos Tipos De Conjuntos Suaves: Conjunto Hiper Suave, Conjunto Suave Indeterminado, Conjunto Hiper Suave Indeterminado Y Conjunto Suave De Árbol

Florentin Smarandache

# NUEVOS TIPOS DE CONJUNTOS SUAVES: CONJUNTO HIPER SUAVE, CONJUNTO SUAVE INDETERMINADO, CONJUNTO HIPER SUAVE INDETERMINADO Y CONJUNTO SUAVE DE ÁRBOL

Florentin Smarandache[1]
Universidad de Nuevo México, 705 Gurley Ave., Gallup, NM 87301, EE. UU.

**ABSTRACT**
This is an updated article, where we present the definitions and practical applications of the Soft Set and its extensions to the Hyper Soft Set, Indeterminate Soft Set, Indeterminate Hyper Soft Set, and Tree Soft Set.

**KEYWORDS**: Soft Set, Hyper Soft Set, Indeterminate Soft Set, Indeterminate Hyper Soft Set, Multi Soft Set, Tree Soft Set.

**MSC:** 03E72, 68P30, 54A40

**RESUMEN**
Este es un artículo actualizado, donde presentamos las definiciones y aplicaciones prácticas del Conjunto Suave y sus extensiones al Conjunto Hiper Suave, Conjunto Suave Indeterminado, Conjunto Hiper Suave Indeterminado y Conjunto Suave de Árbol.

**PALABRAS CLAVE**: Conjunto Suave, Conjunto Hiper Suave, Conjunto Suave Indeterminado, Conjunto Hiper Suave Indeterminado, Conjunto Multi Suave, Conjunto Suave de Árbol.

## 1. INTRODUCCIÓN

El Conjunto Suave fue introducido por Molodtsov [1] en 1999.
Posteriormente, el Conjunto Hiper Suave (2018), el Conjunto Suave Indeterminado (2022), el Conjunto Hiper Suave Indeterminado (2022) y el Conjunto Suave de Árbol (2022) fueron introducidos por Smarandache [2-7]. Las definiciones del Conjunto Suave Indeterminado y el Conjunto Hiper Suave Indeterminado [9] se actualizan ahora.
El Conjunto Multi Suave (2010) fue introducido por Alkhazaleh et al. [8].
El conjunto suave y sus extensiones tienen muchas aplicaciones en el mundo real.
Se han propuesto y utilizado muchas versiones híbridas del conjunto suave, combinadas con conjuntos difusos o extensiones difusas, tales como: conjunto difuso suave, conjunto difuso suave intuitivo, conjunto suave neutrosófico, conjunto suave difuso de imágenes, conjunto suave difuso esférico, conjunto suave plitogénico, y de manera similar para el conjunto difuso hiper suave, conjunto difuso hiper suave intuitivo, conjunto difuso suave neutrosófico, conjunto difuso suave de imágenes, conjunto suave esférico difuso hiper suave, conjunto suave plitogénico, etc.
Estudios futuros también pueden investigar y aplicar las nuevas formas de conjuntos suaves, en combinaciones con conjuntos difusos y sus extensiones, lo que dará lugar a conjuntos difusos / difusos intuitivos / neutrosóficos / difusos de imágenes / difusos esféricos / difusos de pitagóricos, etc. / Conjunto Suave Indeterminado Plitogénico / Conjunto Hiper Suave Indeterminado / Conjunto Suave de Árbol, respectivamente.

## 2. DEFINICIONES Y EJEMPLOS

Repasemos sus definiciones, así como algunos ejemplos reales.
**Definición de conjunto suave**

[1] smarand@unm.edu

Sea U un universo de discurso, P(U) el conjunto potencia de U, y A un conjunto de atributos. Entonces, el par (F, U), donde F: A → P(U), se llama un Conjunto Suave sobre U.

**Ejemplo real de Conjunto Suave**

Sea U = {Helen, George, Mary, Richard} y un conjunto M = {Helen, Mary, Richard} incluido en U.
Sea el atributo: a = tamaño, y sus respectivos valores de atributo:

Tamaño = A1 = {pequeño, mediano, alto}.

Sea la función: F: A1 → P(U).
Entonces, por ejemplo:

F(alto) = {Helen, Mary},

lo cual significa que tanto Helen como Mary son altas.

**Definición de Conjunto Suave Indeterminado.**

Sea U un universo de discurso, H un subconjunto no vacío de U, y P(H) el conjunto potencia de H. Sea a un atributo, y A un conjunto de los valores de este atributo. Entonces, F: A → P(H) se llama Conjunto Suave Indeterminado si al menos una de las siguientes situaciones ocurre:

i) el conjunto A tiene alguna indeterminación;
ii) los conjuntos H o P(H) tienen alguna indeterminación;
iii) la función F tiene alguna indeterminación, es decir, existe al menos un valor de atributo v que pertenece a A, tal que F(v) = indeterminado (poco claro, incompleto, conflictivo o no único).

El Conjunto Suave Indeterminado, como una extensión del Conjunto Suave clásico (determinado), trata con datos indeterminados, porque hay fuentes que no pueden proporcionar información exacta o completa sobre los conjuntos A, H o P(H), ni sobre la función F. No añadimos ninguna indeterminación, la indeterminación se encuentra presente en nuestro mundo real. Debido a que muchas fuentes proporcionan información aproximada/incierta/incompleta/conflictiva, no información exacta como en el Conjunto Suave, todavía necesitamos tratar con tales situaciones.
Aquí, 'Indeterminado' significa: incierto, conflictivo, incompleto, resultado no único.
De manera similar, se tienen en cuenta las distinciones entre operadores determinados e indeterminados. Posteriormente, se construye un Álgebra Suave Indeterminada, utilizando un operador suave determinado (joinAND) y tres operadores suaves indeterminados (disjoinOR, exclussiveOR, NOT), cuyas propiedades se estudian más adelante.
Smarandache ha generalizado el Conjunto Suave al Conjunto Hiper Suave mediante la transformación de la función F en una función de múltiples atributos, y luego introdujo los híbridos de Conjunto Nítido, Difuso, Difuso Intuitivo, Neutrosófico, otras extensiones difusas y el Conjunto Hiper Suave Plitogénico.
El Conjunto Suave clásico se basa en una función determinada (cuyos valores son precisos y únicos), pero en nuestro mundo hay muchas fuentes que, debido a la falta de información o ignorancia, proporcionan información indeterminada (incierta y no única, sino dudosa o alternativa). Pueden ser modelados por operadores que tienen cierto grado de indeterminación debido a la imprecisión de nuestro mundo.

**Ejemplo Real de Conjunto Suave Indeterminado**

Supongamos que una ciudad tiene muchas casas.
1) Indeterminación con respecto a la función.
1a) Le preguntas a una fuente:
— ¿Qué casas tienen el color rojo en la ciudad?
La fuente:
— No estoy seguro, creo que las casas h1 o h2.
Por lo tanto, F(rojo) = h1 o h2 (respuesta indeterminada/incierta).
1b) Preguntas de nuevo:
— Pero ¿qué casas son amarillas?
La fuente:
— No lo sé, lo único que sé es que la casa h5 no es amarilla porque la he visitado.
Por lo tanto, F(amarillo) = no h5 (nuevamente respuesta indeterminada/incierta).
1c) Otra pregunta que haces:
— Entonces, ¿qué casas son azules?
La fuente:
— De seguro, o bien h8 o h9.
Por lo tanto, F(azul) = o bien h8 o h9 (nuevamente respuesta indeterminada/incierta).
2) Indeterminación con respecto al conjunto H de casas.
Le preguntas a la fuente:
— ¿Cuántas casas hay en la ciudad?
La fuente:
— Nunca las conté, pero estimo que su número está entre 100-120 casas.

3) Indeterminación con respecto al conjunto A de atributos.

Le preguntas a la fuente:

— ¿Cuáles son todos los colores de las casas?

La fuente:

— Sé con seguridad que hay casas de colores rojo, amarillo y azul, pero no sé si hay casas de otros colores (?)

Este es el Conjunto Suave Indeterminado.

**Definición de Conjunto Hiper Suave**

El conjunto suave se extendió al conjunto hiper suave mediante la transformación de la función F en una función de múltiples atributos. Posteriormente, se introdujeron los híbridos del Conjunto Hiper Suave con el Conjunto Nítido, Difuso, Difuso Intuitivo, Neutrosófico, otras extensiones difusas y el Conjunto Plitogénico.

Sea U un universo de discurso, P(U) el conjunto potencia de U. Sean $a_1, a_2, \ldots, a_n$, para $n \geq 1$, n atributos distintos, cuyos valores de atributo correspondientes son respectivamente los conjuntos $A_1, A_2, \ldots, A_n$, con $A_i \cap A_j = \Phi$, para $i \neq j$, e i, j en $\{1, 2, \ldots, n\}$. Entonces, el par $(F, A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n)$, donde $F: A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n \rightarrow P(U)$, se llama un Conjunto Hiper Suave sobre U.

**Ejemplo real de Conjunto Hiper Suave.**

Sea U = {Helen, George, Mary, Richard} y un conjunto M = {Helen, Mary, Richard} incluido en U.

Sean los atributos: a1 = tamaño, a2 = color, a3 = género, a4 = nacionalidad, y sus respectivos valores de atributos son:

- Tamaño = A1 = {pequeño, mediano, alto},
- Color = A2 = {blanco, amarillo, rojo, negro},
- Género = A3 = {masculino, femenino},
- Nacionalidad = A4 = {estadounidense, francesa, española, italiana, china}.
- Sea la función $F: A1 \times A2 \times A3 \times A4 \rightarrow P(U)$.

Entonces, por ejemplo:

F ({alto, blanco, femenino, italiana}) = {Helen, Mary}, lo que significa que tanto Helen como Mary son altas, blancas, femeninas e italianas.

Nótese que esta es una extensión del ejemplo real anterior de Conjunto Suave.

**Definición de Conjunto Indeterminado Hiper Suave**

Sea U un universo de discurso, H un subconjunto no vacío de U, y P(H) el conjunto potencia de H. Sean a1, a2, …, an, para $n \geq 1$, n atributos distintos, cuyos valores de atributo correspondientes son respectivamente los conjuntos A1, A2, …, An, con $Ai \cap Aj = \Phi$ para $i \neq j$, e i, j en {1, 2, …, n}. Entonces, el par $(F, A1 \times A2 \times \ldots \times An)$, donde $F: A1 \times A2 \times \ldots \times An \rightarrow P(H)$, se llama Conjunto Indeterminado Hiper Suave sobre U si al menos ocurre una de las siguientes situaciones:

i) al menos uno de los conjuntos A1, A2, …, An tiene alguna indeterminación

ii) los conjuntos H o P(H) tienen alguna indeterminación;

iii) existe al menos una n-upla (e1, e2, …, en) ε $A1 \times A2 \times \ldots \times An$ tal que F (e1, a2, …, en) = indeterminado (no claro, incierto, conflictivo, o no único).

De manera similar, el Conjunto Indeterminado Hiper Suave es una extensión del Conjunto Hiper Suave, cuando hay datos indeterminados, o funciones indeterminadas, o conjuntos indeterminados.

**Ejemplo Real de Conjunto Indeterminado Hiper Suave**

Supongamos que una ciudad tiene muchas casas.

1) Indeterminación con respecto a la función.

1a) Preguntas a una fuente:

-¿Qué casas son de color rojo y tamaño grande en la ciudad?

*La fuente:*

— No estoy seguro, creo que las casas h1 o h2.

Por lo tanto, F (rojo, grande) = h1 o h2 (respuesta indeterminada / incierta).

1b) Preguntas de nuevo:

— Pero ¿qué casas son amarillas y pequeñas?

La fuente:

— No lo sé, lo único que sé es que la casa h5 no es ni amarilla ni pequeña porque la visité.

Por lo tanto, F (amarillo, pequeño) = no h5 (otra vez una respuesta indeterminada / incierta).

1c) Otra pregunta que haces:

— ¿Entonces qué casas son azules y grandes?

La fuente:

— De seguro, o bien h8 o h9.

Por lo tanto, F (azul, grande) = o bien h8 o h9 (otra vez una respuesta indeterminada / incierta).

2) Indeterminación con respecto al conjunto H de casas.
Preguntas a la fuente:
— ¿Cuántas casas hay en la ciudad?
La fuente:
— Nunca las conté, pero estimo que su número está entre 100-120 casas.
3) Indeterminación con respecto al conjunto producto A1 × A2 × … × An de atributos.
Preguntas a la fuente:
— ¿Cuáles son todos los colores y tamaños de las casas?
*La fuente:*
— Sé con certeza que hay casas de colores rojo, amarillo y azul, pero no sé si hay casas de otros colores (?)
En cuanto al tamaño, vi muchas casas que son pequeñas, pero no recuerdo haber visto casas grandes.
Este es el Conjunto Indeterminado Hiper Suave.

**Definición de Conjunto Suave de Árbol**

Sea U un universo de discurso, y H un subconjunto no vacío de U, con P(H) siendo el conjunto potencia de H. Sea A un conjunto de atributos (parámetros, factores, etc.),
A = {A1, A2, …, An}, para un entero $n \geq 1$, donde A1, A2, …, An se consideran atributos de primer nivel (ya que tienen índices de un solo dígito).
Cada atributo Ai, $1 \leq i \leq n$, se forma por sub-atributos:

*A1 = {A1,1, A1, 2, ...}*
*A2 = {A2,1, A2, 2, ...}*
.........................
*An = {An,1, An, 2, ...}*

donde los Ai,j mencionados anteriormente son sub-atributos (o atributos de segundo nivel) (ya que tienen índices de dos dígitos).
Nuevamente, cada sub-atributo Ai,j se forma por sub-sub-atributos (o atributos de tercer nivel):

*Ai,j,k*

Y así sucesivamente, tanto refinamiento como sea necesario en cada aplicación, hasta sub-sub-…-sub-atributos (o atributos de nivel m (o tener m dígitos en los índices):

*Ai1, i2, ..., im*

Por lo tanto, se forma un grafo-árbol, que denotamos como Tree(A), cuya raíz es A (considerada de nivel cero), luego nodos de nivel 1, nivel 2, hasta nivel m.
Llamamos hojas del grafo-árbol, a todos los nodos terminales (nodos que no tienen descendientes).
Entonces, el Conjunto Suave de Árbol es:

F: P(Árbol(A)) → P(H)

Tree(A) es el conjunto de todos los nodos y hojas (desde el nivel 1 hasta el nivel m) del grafo-árbol, y P(Tree(A)) es el conjunto potencia de Tree(A).
Todos los conjuntos de nodos del Conjunto Suave de Árbol de nivel m son:

Tree(A) = {Ai1| i1= 1, 2, ...}

El primer conjunto está formado por los nodos de nivel 1, el segundo conjunto por los nodos de nivel 2, el tercer conjunto por los nodos de nivel 3, y así sucesivamente, el último conjunto está formado por los nodos de nivel m. Si el grafo-árbol tiene solo dos niveles (m = 2), entonces el Conjunto Suave de Árbol se reduce a un Conjunto Multi Suave [8].

**Ejemplo Práctico del Conjunto Suave de Árbol de Nivel 3**

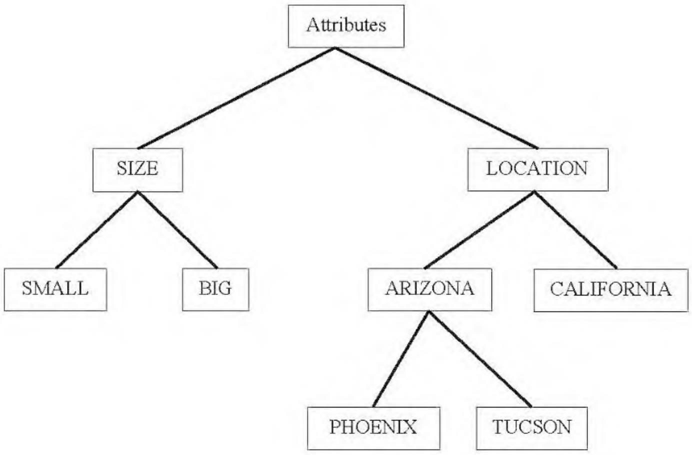


*Tabla 1: Conjunto Suave de Árbol de Nivel 3*

Este es un árbol clásico, cuyo:

Nivel 0 (la raíz) es el nodo Atributos;

Nivel 1 está formado por los nodos: Tamaño, Ubicación;

Nivel 2 está formado por los nodos Pequeño, Grande, Arizona, California;

Nivel 3 está formado por los nodos Phoenix, Tucson.

Consideremos $H = \{h_1, h_2, ..., h_{10}\}$ como un conjunto de casas, y $P(H)$ el conjunto potencia de $H$.

Y el conjunto de Atributos: $A = \{A_1, A_2\}$, donde $A_1$ = Tamaño, $A_2$ = Ubicación.

Entonces $A_1 = \{A_{11}, A_{12}\}$ = {Pequeño, Grande}, $A_2 = \{A_{21}, A_{22}\}$ = {Arizona, California} como estados americanos.

Además, $A_{22} = \{A_{211}, A_{212}\}$ = {Phoenix, Tucson} como ciudades de Arizona.

Supongamos que la función F toma los siguientes valores:

F (Grande, Arizona, Phoenix) = { $h_9$, $h_{10}$ }

F (Grande, Arizona, Tucson) = { $h_1$, $h_2$, $h_3$, $h_4$ }

F (Grande, Arizona) = todas las casas grandes de ambas ciudades, Phoenix y Tucson

= F (Grande, Arizona, Phoenix) ∪ F (Grande, Arizona, Tucson) = { $h_1$, $h_2$, $h_3$, $h_4$, $h_9$, $h_{10}$ }.

## 3. CONCLUSIÓN

El Conjunto Hiper Suave (2018) es una generalización del Conjunto Suave (1999) y del Conjunto Multi Suave (2010), de una función univariada a una función multivariada F;

El Conjunto Suave Indeterminado (2022) es una extensión del Conjunto Suave, de datos determinados a datos indeterminados;

El Conjunto Hiper Suave Indeterminado (2022) es una extensión del Conjunto Hiper Suave, de datos determinados a datos indeterminados;

y el Conjunto Suave de Árbol (2022) es una generalización del Conjunto Multi Suave.

**Fondos:** “Esta investigación no recibió financiación externa”

**Conflictos de interés:** "Los autores declaran no tener ningún conflicto de intereses".

**RECEIVED: FEBRURAY, 2024.**

**REVISED: APRIL, 2024.**

## REFERENCIAS

[1] ALKHAZALEH, S., A. R. SALLEH, N. HASSAN, and G. AHMAD (2010): Multisoft Sets [Conjuntos MultiSuaves], **Proc. 2nd International Conference on Mathematical Sciences**, 9, 10-917, Kuala Lumpur, Malaysia.

[2] MOLODTSOV, D. (1999) Soft Set Theory First Results [Teoría de Conjuntos Suaves Primeros Resultados]. **Computer Math. Applic**. 37, 19-31

[3] SMARANDACHE, F . (2014): **Function [Función Neutrosófica], in Introduction to Neutrosophic Statistics**, Sitech & Education Publishing,

[4] SMARANDACHE, F (2015). Neutrosophic Function, in Neutrosophic Precalculus and Neutrosophic Calculus [Función Neutrosófica, en **Precálculo Neutrosófico y Cálculo Neutrosófico],** Brussels, 14-15, 2015; http://fs.unm.edu/NeutrosophicPrecalculusCalculus.pdf

[5] SMARANDACHE, F (2022): Introduction to the IndetermSoft Set and IndetermHyperSoft Set [Introducción al Conjunto Suave Indeterminado y al Conjunto Hiper Suave Indeterminado], **Neutrosophic Sets and Systems**, 50, 629-650, 2. DOI: 10.5281/zenodo.6774960; http://fs.unm.edu/NSS/IndetermSoftIndetermHyperSoft38.pdf

[6] SMARANDACHE, F. (2018): Extension of Soft Set to Hypersoft Set, and then to Plithogenic Hypersoft Set [Extensión del Conjunto Suave al Conjunto Hiper Suave, y luego al Conjunto Hiper Suave Plitogénico], **Neutrosophic Sets and Systems**, 22, 2018,168-170DOI: 10.5281/zenodo.2159754; http://fs.unm.edu/NSS/ExtensionOfSoftSetToHypersoftSet.pdf

[7] SMARANDACHE, F. (2019): Extension of Soft Set to Hypersoft Set, and then to Plithogenic Hypersoft Set (revisited) [Extensión del Conjunto Suave al Conjunto Hiper Suave, y luego al Conjunto Hiper Suave Plitogénico], **Octogon Mathematical Magazine**, 27, 413-418

[8] SMARANDACHE, F. (2022): Soft Set Product extended to HyperSoft Set and IndetermSoft Set Product extended to IndetermHyperSoft Set [Producto de Conjuntos Suaves extendido al Conjunto Hiper Suave y Producto de Conjuntos Suaves Indeterminados extendido al Conjunto Hiper Suave Indeterminado], **Journal of Fuzzy Extension and Applications,** http://www.journal-fea.com/article_157982.htm