

University of New Mexico

UNM Digital Repository

Mathematics and Statistics Faculty and Staff
Publications

Academic Department Resources

2016

SISTEME VIBRANTE TRILOBICE

Florentin Smarandache

University of New Mexico, smarand@unm.edu

Mircea Eugen Selariu

Follow this and additional works at: https://digitalrepository.unm.edu/math_fsp



Part of the [Algebraic Geometry Commons](#), [Analysis Commons](#), [Geometry and Topology Commons](#), and the [Other Mathematics Commons](#)

Recommended Citation

Smarandache, Florentin and Mircea Eugen Selariu. "SISTEME VIBRANTE TRILOBICE." (2016): 1-13.
https://digitalrepository.unm.edu/math_fsp/389

This Article is brought to you for free and open access by the Academic Department Resources at UNM Digital Repository. It has been accepted for inclusion in Mathematics and Statistics Faculty and Staff Publications by an authorized administrator of UNM Digital Repository. For more information, please contact amywinter@unm.edu, lsloane@salud.unm.edu, sarahrk@unm.edu.

SISTEME VIBRANTE TRILOBICE

Florentin Smarandache, Mircea Eugen Şelariu

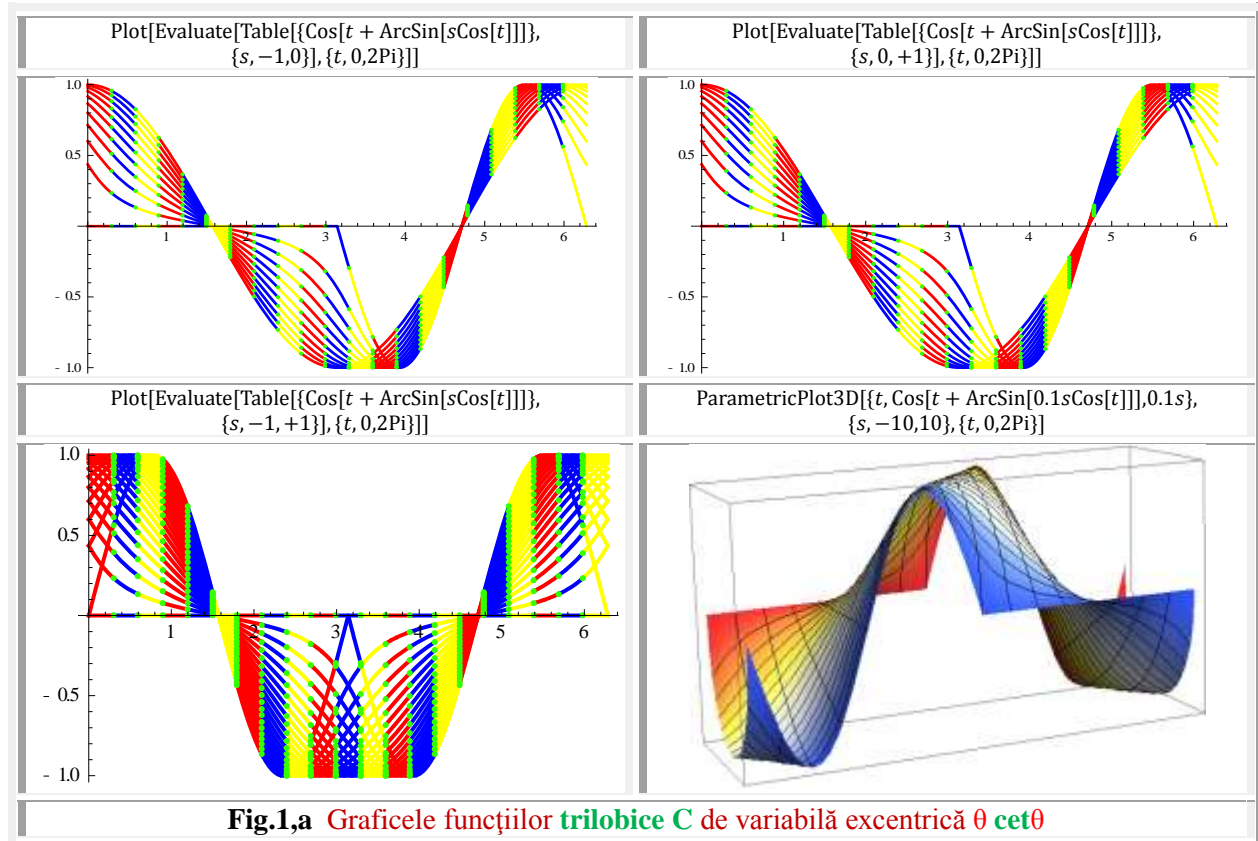
1.INTRODUCERE

Trilobele sunt **funcţii supermatematice circulare excentrice (FSM-CE)** de excentricitate unghiulară $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$, cu notaţiile **cetθ** şi **setθ**, pentru **cosinusul** şi, respectiv, **sinusul excentrice trilobice**, având ecuaţiile:

$$(1) \quad \begin{cases} \text{cet}\theta = \text{cex}\left[\theta, S\left(s, \frac{\pi}{2}\right)\right] = \cos\left\{\theta - \arcsin\left[s \cdot \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right]\right\} = \cos\left[\theta + \arcsin[s \cdot \cos\theta]\right] \\ \text{set}\theta = \text{sex}\left[\theta, S\left(s, \frac{\pi}{2}\right)\right] = \sin\left\{\theta - \arcsin\left[s \cdot \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right]\right\} = \sin\left[\theta + \arcsin[s \cdot \cos\theta]\right] \end{cases}$$

în care **S** este un punct, denumit **excentru**, din planul cercului unitate **CU**[O(0, 0), R = 1], de coordonate polare **S(s,ε)**. În care **s** ∈ [-1,+1] este **excentricitatea liniară numerică** şi **e = Rs** este **excentricitatea liniară reală**, pentru un cerc oarecare de rază **R**, iar **ε** este **excentricitatea unghiulară**.

Graficele **funcţiilor supermatematice excentrice trilobice (FSM-ET)** sunt prezentate în **figura 1**.



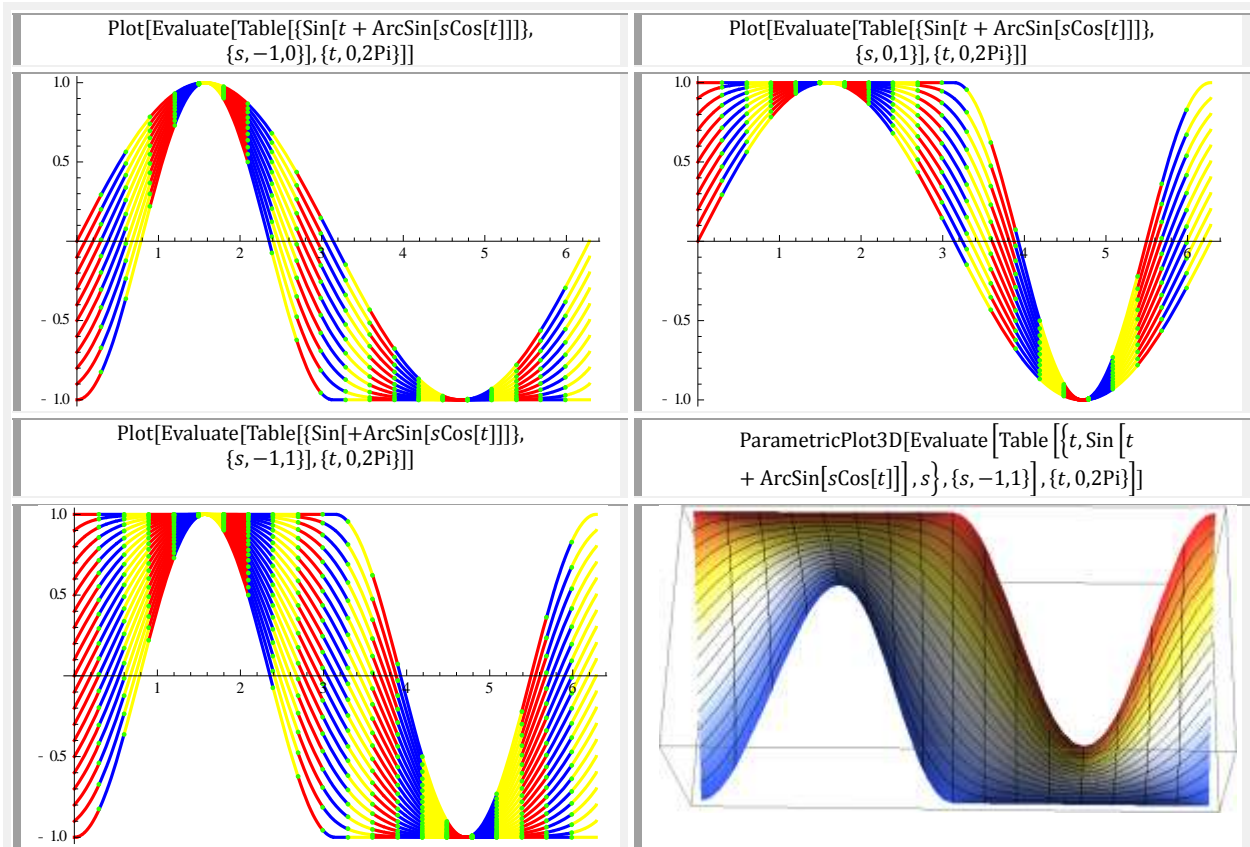


Fig.1,b Graficele funcțiilor trilobice S de variabilă excentrică θ set0

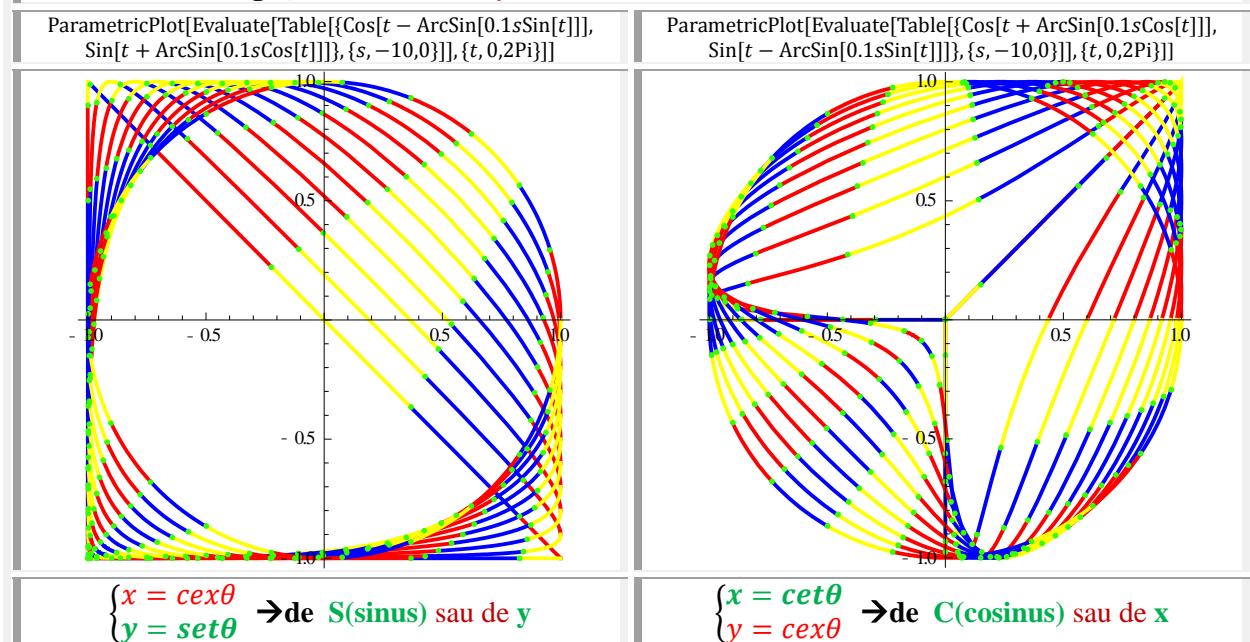


Fig.2,a Graficele trilobelor S (TS) ◀ și a trilobelor C (TC) ▶ de variabilă excentrică θ în 2D

Funcțiile supermatematice excentrice trilobice sunt abreviate cu (FSM-ET).

Rezultă că, pentru o excentricitate liniară numerică $s = 0$, **FSM-ET** degenerază în funcții **circulare centrice (FSM-CC)** sau **funcții circulare** / trigonometrice **Euler** ordinare $\cos\alpha$ și $\sin\alpha$ ($s = 0 \rightarrow \alpha \equiv \theta$), iar pentru o excentricitate unghiulară $\varepsilon = 0$ și $s \neq 0$ degenerază în **FSM-CE** $\text{cex}\theta$ și, respectiv, $\text{sex}\theta$.

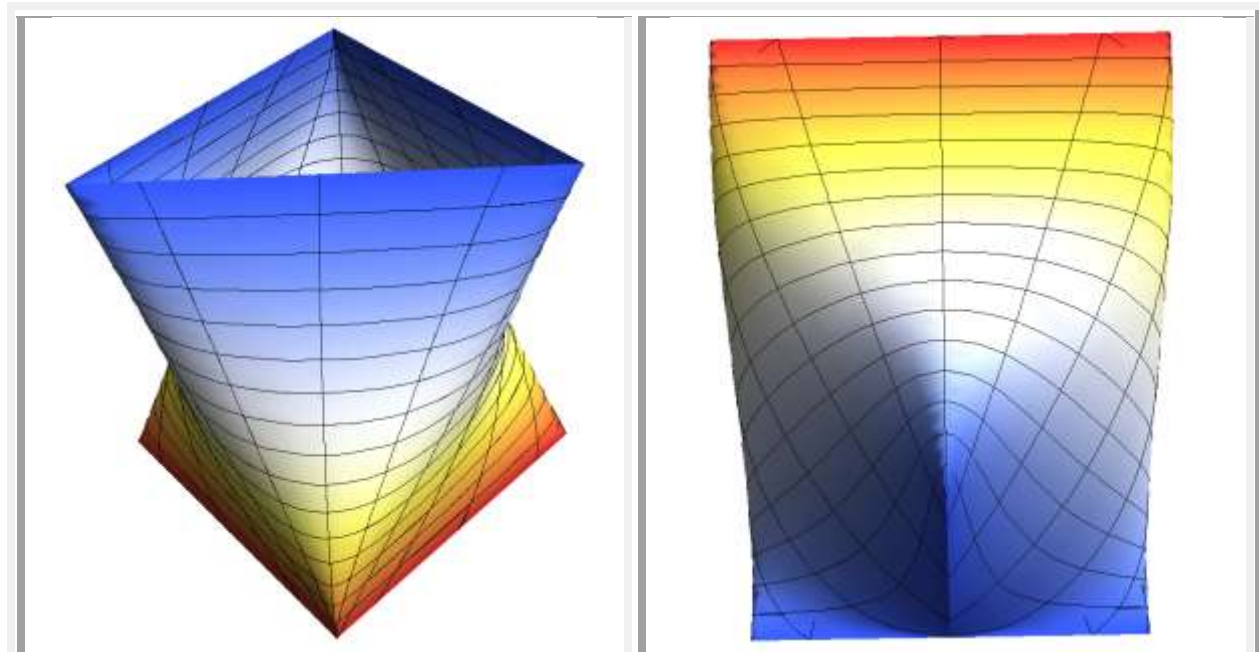


Fig.2,b Graficele trilobelor S ◀ și a trilobelor C ▶ de variabilă excentrică θ în 3D

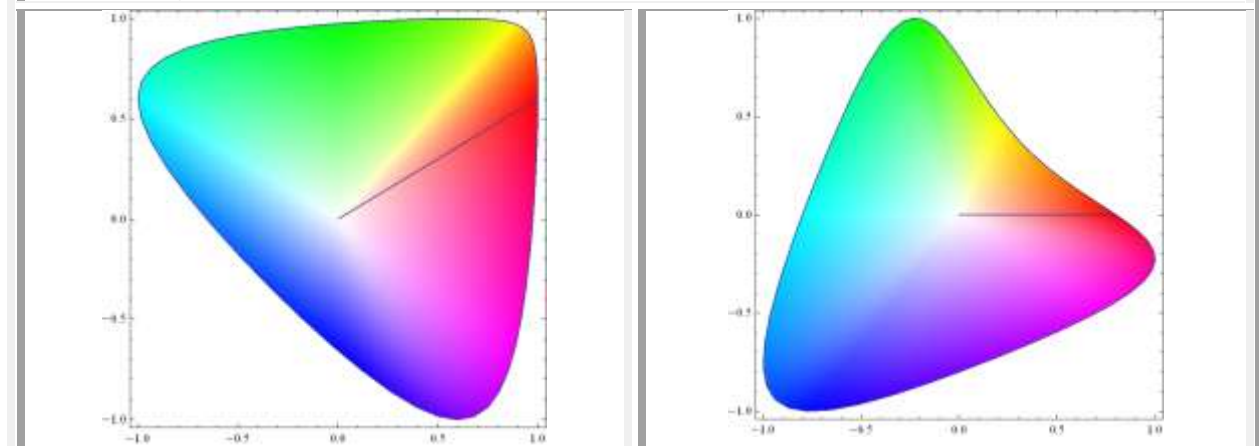


Fig.2,c Discuri trilobice S ◀ și C ▶ de $s = 0,6$

Denumirea de **FSM-ET** provine din faptul că pentru $s \in (0, 1)$, ecuațiile parametrice, formate dintr-o combinație de **FSM-CE** și **FSM-ET**, exprimă curbe plane închise cu **3 lobi**, care, pentru $s = 0$, degenerază într-un cerc perfect și pentru $s = \pm 1$ în **triunghi isoscel dreptunghic (TS)** sau în **triunghi isoscel dreptunghic excentric (TC)** ◀, o figură în formă de **Y înclinat**, vizibilă în graficele din **figurile 2a ▶**.

2.ECUAȚIA DIFERENȚIALĂ A SISTEMELOR VIBRANTE TRILOBICE

Fie funcțiile $x(t), y(t) : \mathbb{R} \rightarrow [-1, +1]$ și $\theta = \Omega.t$

$$(1) \quad \begin{cases} x(t) = \text{cet}[\Omega t, S(s, \varepsilon)] \\ y(t) = \text{set}[\Omega t, S(s, \varepsilon)] \end{cases}$$

de același excentru $S(s, \varepsilon)$, în care s este raza polară și ε – unghiul polar, într-un cerc unitate de rază $R = 1 \rightarrow \text{CU}(O,1)$.

Derivatele acestora, pentru $\theta = \Omega \cdot t$ și $\frac{d\theta}{dt} = \Omega = 1$, sunt :

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = \frac{d}{dt} \text{cet}[\Omega t, S(s, \varepsilon)] = \frac{d\theta}{dt} \frac{d}{d\theta} \text{cet}[\theta, S(s, \varepsilon)] = \Omega \cdot \frac{d}{d\theta} \text{cet}[\theta, S(s, \varepsilon)] = -\Omega \cdot \text{det}\theta \cdot \text{set}\theta \\ \dot{y}(t) = \frac{d}{dt} \text{set}[\Omega t, S(s, \varepsilon)] = \frac{d\theta}{dt} \frac{d}{d\theta} \text{set}[\theta, S(s, \varepsilon)] = \Omega \cdot \frac{d}{d\theta} \text{set}[\theta, S(s, \varepsilon)] = +\Omega \cdot \text{det}\theta \cdot \text{cet}\theta \end{cases}$$

în care $\Omega \cdot \text{det}\theta = \omega$ și explicit:

$$(3) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = -\Omega \cdot \left(1 - \frac{s \cdot \sin\theta}{\sqrt{1-s^2 \cos^2\theta}}\right) \sin[\theta + \arcsin(s \cdot \cos\theta)] = -\omega \cdot \text{set}\theta \\ \dot{y}(t) = \Omega \cdot \left(1 + \frac{s \cdot \sin\theta}{\sqrt{1-s^2 \cos^2\theta}}\right) \cos[\theta + \arcsin(s \cdot \sin\theta)] = \omega \cdot \text{cet}\theta \end{cases}$$

din care rezultă expresia **FSM-ET derivată excentrică trilobică** de variabilă excentrică θ :

$$(4) \quad \text{det}\theta = 1 - \frac{s \cdot \sin\theta}{\sqrt{1-s^2 \cos^2\theta}} = \frac{d\alpha(\theta)}{d\theta} = \frac{\text{aet}\theta}{d\theta}, \text{ cu graficele din figura 3.}$$

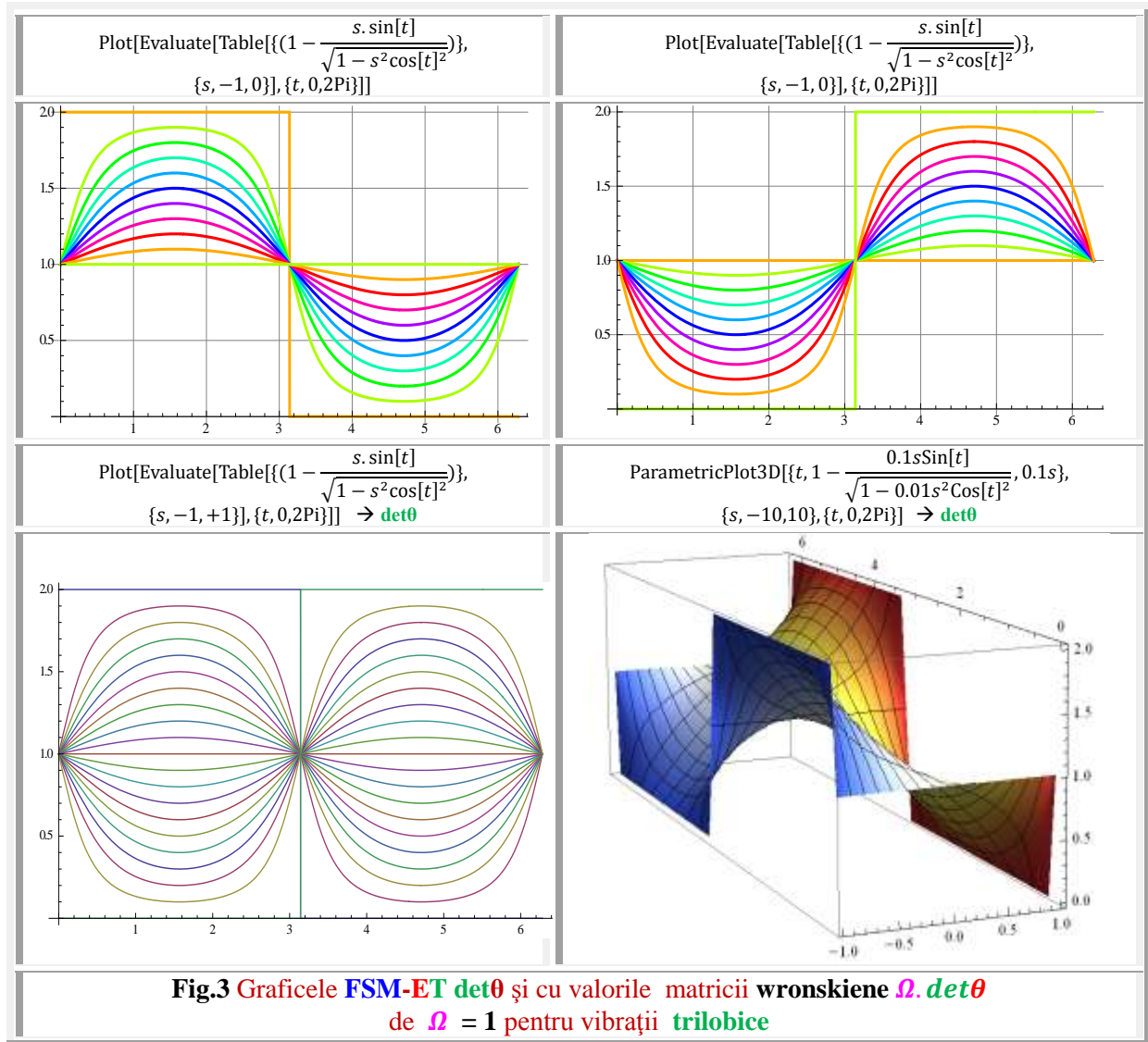
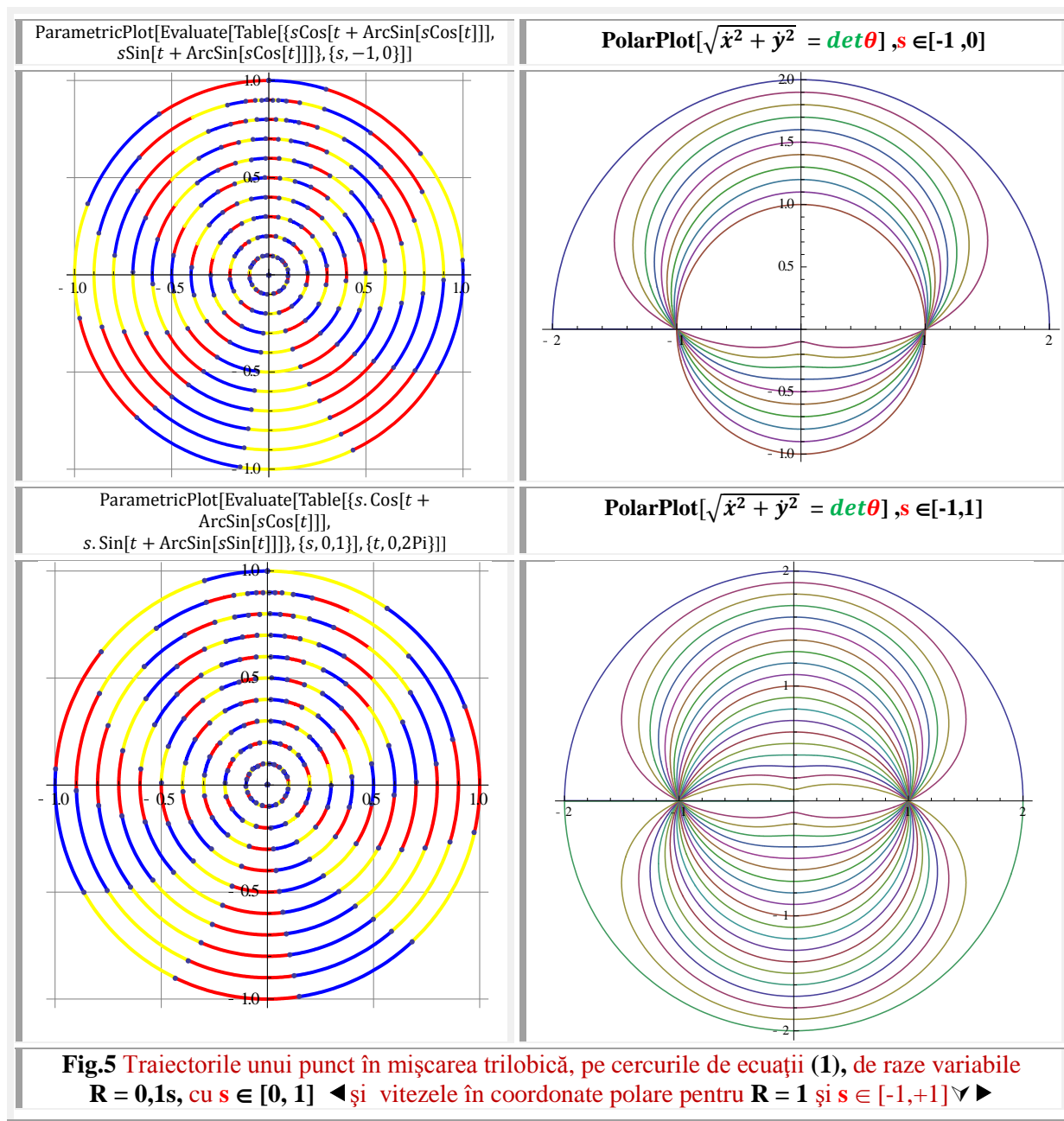


Fig.3 Graficele FSM-ET $\text{det}\theta$ și cu valorile matricii wronskiene $\Omega \cdot \text{det}\theta$ de $\Omega = 1$ pentru vibrații trilobice

$$(8) \quad \begin{vmatrix} z & \dot{x} & \dot{y} \\ \dot{z} & \ddot{x} & \ddot{y} \\ \ddot{z} & \ddot{\ddot{x}} & \ddot{\ddot{y}} \end{vmatrix} = 0$$



$$(9) \quad \ddot{z} \begin{vmatrix} x & y \\ \dot{x} & \dot{y} \end{vmatrix} - \dot{z} \begin{vmatrix} x & y \\ \ddot{x} & \ddot{y} \end{vmatrix} + z \begin{vmatrix} \dot{x} & \dot{y} \\ \ddot{x} & \ddot{y} \end{vmatrix} = 0$$

$$(8') \quad \begin{vmatrix} z & \text{cet}\theta & \text{set}\theta \\ \dot{z} & -\omega \cdot \text{set}\theta & \omega \cdot \text{cet}\theta \\ \ddot{z} & -3 \cdot \text{set}\theta - \omega^2 \cdot \text{cet}\theta & 3 \cdot \text{cet}\theta - \omega^2 \cdot \text{set}\theta \end{vmatrix} = 0$$

$$(8') \quad \ddot{z} \begin{vmatrix} \text{cet}\theta & \text{set}\theta \\ -\omega \cdot \text{set}\theta & \omega \cdot \text{cet}\theta \end{vmatrix} - \dot{z} \begin{vmatrix} \text{cet}\theta & \text{set}\theta \\ -3 \cdot \text{set}\theta - \omega^2 \cdot \text{cet}\theta & 3 \cdot \text{cet}\theta - \omega^2 \cdot \text{set}\theta \end{vmatrix} + z \begin{vmatrix} -\omega \cdot \text{set}\theta & \omega \cdot \text{cet}\theta \\ -3 \cdot \text{set}\theta - \omega^2 \cdot \text{cet}\theta & 3 \cdot \text{cet}\theta - \omega^2 \cdot \text{set}\theta \end{vmatrix} = 0$$

$$(10) \quad \ddot{z} \cdot \omega (\text{cet}^2\theta + \text{set}^2\theta) - \dot{z} \cdot [3 \cdot \text{cet}^2\theta - \omega^2 \cdot \text{cet}\theta \text{set}\theta + 3 \cdot \text{set}^2\theta + \omega^2 \cdot \text{cet}\theta \cdot \text{set}\theta] + z[-3 \cdot \omega \cdot \text{cet}\theta \text{set}\theta + \omega^3 \cdot \text{set}^2\theta + 3 \cdot \omega \text{set}\theta \cdot \text{cet}\theta + \omega^3 \cdot \text{cet}^2\theta] = 0$$

$$(10') \quad \ddot{z} \cdot \omega - \dot{z} \cdot 3 + z \cdot \omega^3 = 0$$

sau

$$(10'') \quad \ddot{z} - \dot{z} \frac{3}{\omega} + z \omega^2 = 0$$

care este ecuația diferențială a vibrațiilor libere, neamortizate, ale sistemelor mecanice **trilobice**, ecuație identică, **ca formă**, cu cea a vibrațiilor libere neamortizate, ale sistemelor **excentrice** și cu a celor **quadrilobice** (cvadrilobice).

3.CURBELE INTEGRALE ÎN PLANUL FAZELOR

Sunt curbele plane descrise de vitezelor punctelor ce se rotesc pe cercul unitate de $R = 1$, sau un alt cerc de raza egală cu amplitudinea maximă de oscilație $R = A$, în funcție de poziția proiecției lor pe axa Ox , adică $V(x)$ și sunt reprezentate în **figura 6**.

Ecuațiile lor parametrice sunt:

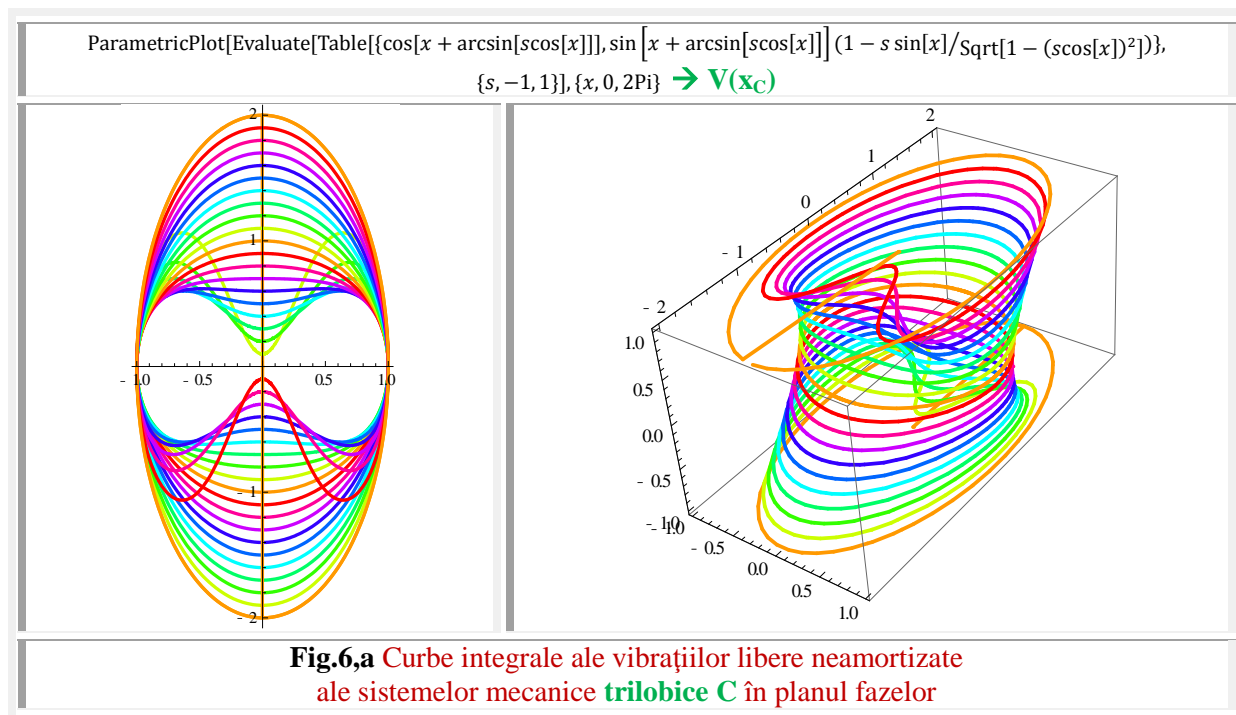
- pentru trilobele C

$$(11) \quad \begin{cases} x = \text{cet}\theta \\ y = -\Omega \cdot \text{det}\theta \cdot \text{set}\theta \end{cases}$$

- pentru trilobele S

$$(12) \quad \begin{cases} x = \text{set}\theta \\ y = \Omega \cdot \text{det}\theta \cdot \text{cet}\theta \end{cases}$$

cu graficele din **figura 6,a** și, respectiv, **6,b**.

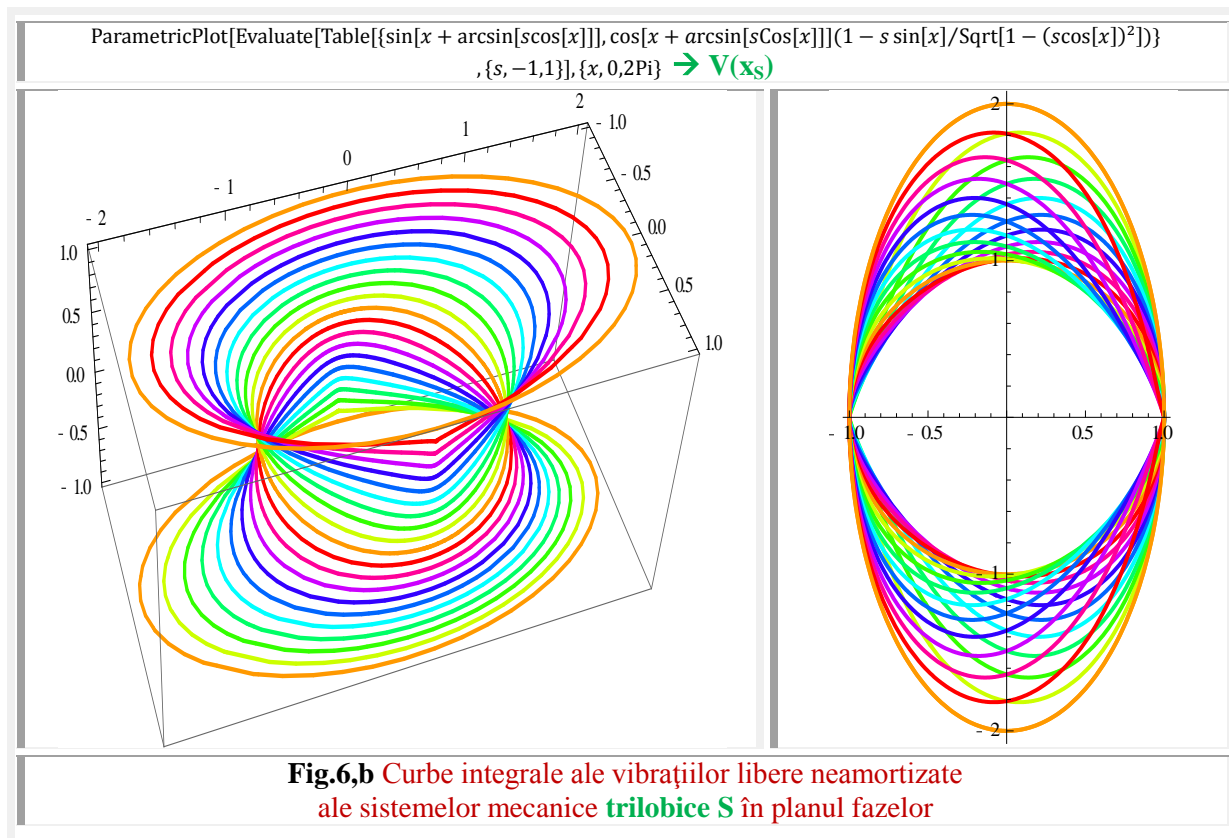


În cazul vibrațiilor libere, neamortizate în sistem există doar două forțe:

- forța exercitată de elementul elastic al sistemului, proporțională cu deplasarea x , adică

$$(13) \quad F_{el} = k \cdot x = \begin{cases} k \cdot \text{cet} \Omega t \\ k \cdot \text{set} \Omega t \end{cases},$$

în care k este constanta elastica a elementului și forța de accelerație, proporțională cu **masa m** a sistemului oscilant și cu accelerația masei acestui sistem, adică



$$(14) \quad F_{acc} = m \cdot \ddot{x} = \begin{cases} m(-3 \cdot \text{set} \theta - \omega^2 \cdot \text{cet} \theta) \\ m(+3 \cdot \text{cet} \theta - \omega^2 \cdot \text{set} \theta) \end{cases}$$

4.CARACTERISTICI ELASTICE STATICE (CES) ALE SISTEMELOR OSCILANTE TRILOBICE

Existând numai două forțe în sistemul considerat, în condiții de echilibru dinamic, acestea trebuie să fie egale și de semne / sensuri cotrare, adică


$$(15) \quad F_{el} + F_{acc} = 0, \quad \rightarrow \quad F_{el} = - F_{acc}$$

și, ca urmare, **caracteristicile elastice statice (CES)** ale **sistemelor trilobice** sunt exprimate de ecuațiile parametrice

$$(16) \quad \begin{cases} x = \text{cet} \theta \\ y = \ddot{x} = -(-3 \cdot \text{set} \theta - \omega^2 \cdot \text{cet} \theta) \end{cases}$$

și explicit, pentru **sistemele trilobice C** :

$$(16') \quad \begin{cases} x = \cos[\theta + \arcsin(s \cdot \cos \theta)] \\ y = -(-\cos[x + \arcsin[s \cos[x]]] \left(1 - \frac{s \sin[x]}{\sqrt{1-s^2 \cos^2[x]}}\right)^2 - \left(-\frac{s \cos[x]}{\sqrt{1-s^2 \cos^2[x]}} + \frac{\cos[x] \sin[x]^2}{(1-s^2 \cos^2[x])^{3/2}}\right) \sin[x + \arcsin[s \cdot \cos[x]]]) \end{cases}$$

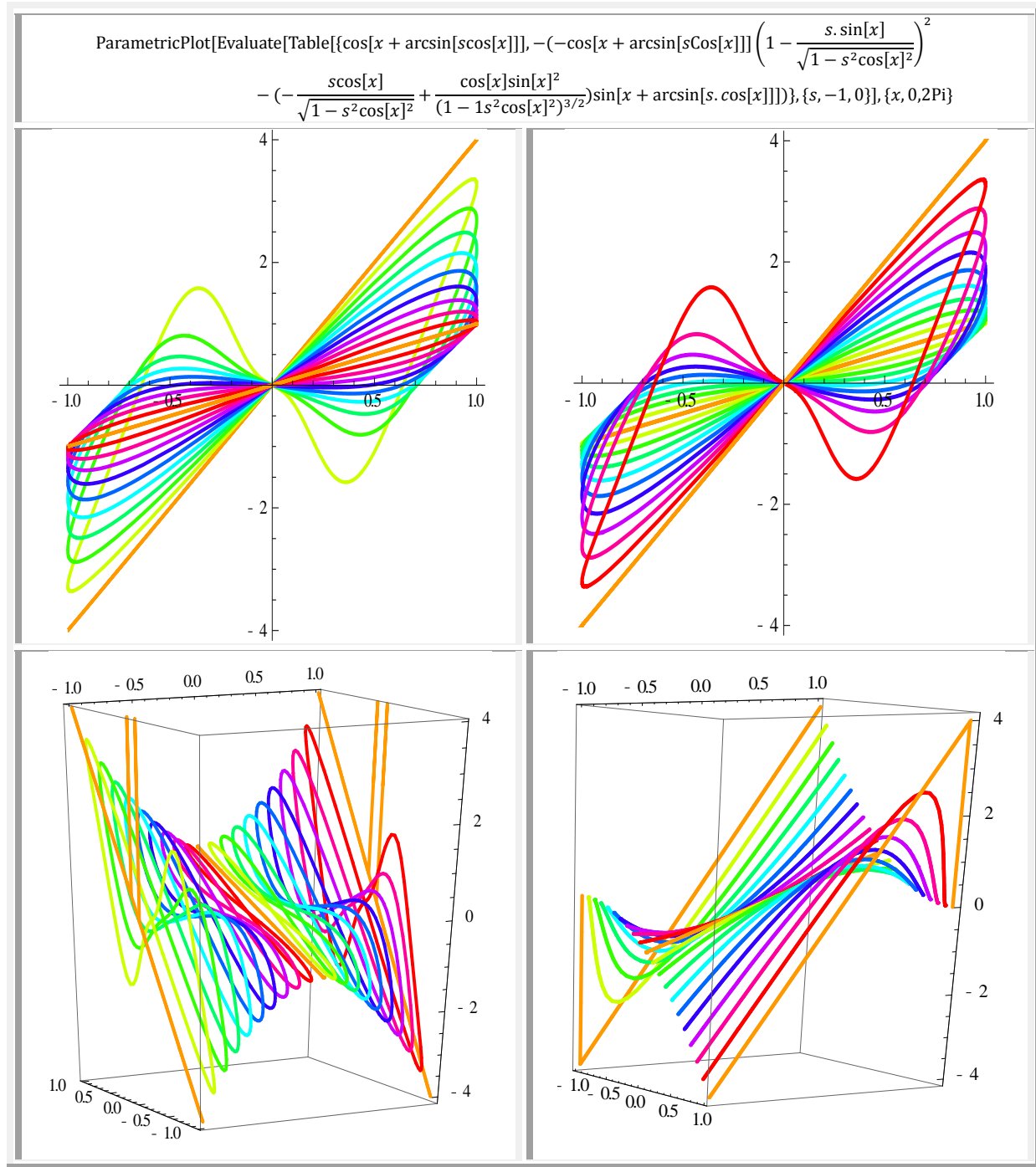
cu graficele din **figura 7** , iar pentru sistemele **trilobice S** ecuațiile parametrice sunt :

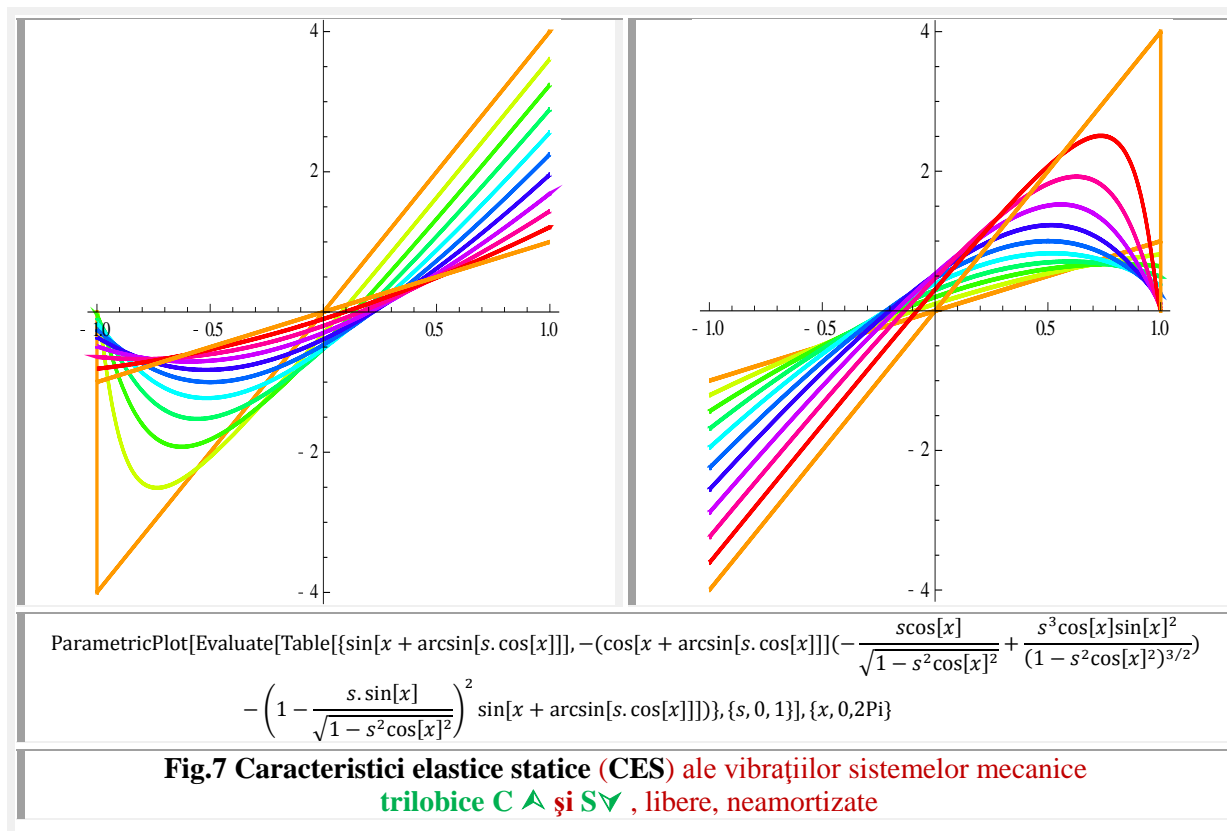
$$(17) \quad \begin{cases} x = \text{set}\theta \\ y = \ddot{y} = -(3 \cdot \text{cet}\theta - \omega^2 \cdot \text{set}\theta) \end{cases}$$

și, explicit:

$$(17') \quad \begin{cases} x = \sin[\theta + \arcsin(s \cdot \cos\theta)] \\ y = -(\cos[x + \arcsin[s \cdot \cos[x]]]) \left(-\frac{s \cos[x]}{\sqrt{1-s^2 \cos[x]^2}} + \frac{s^3 \cos[x] \sin[x]^2}{(1-s^2 \cos[x]^2)^{3/2}} \right) - \left(1 - \frac{s \sin[x]}{\sqrt{1-s^2 \cos[x]^2}} \right)^2 \sin[x + \arcsin[s \cdot \cos[x]]] \end{cases}$$

cu graficele din **figura 7**.





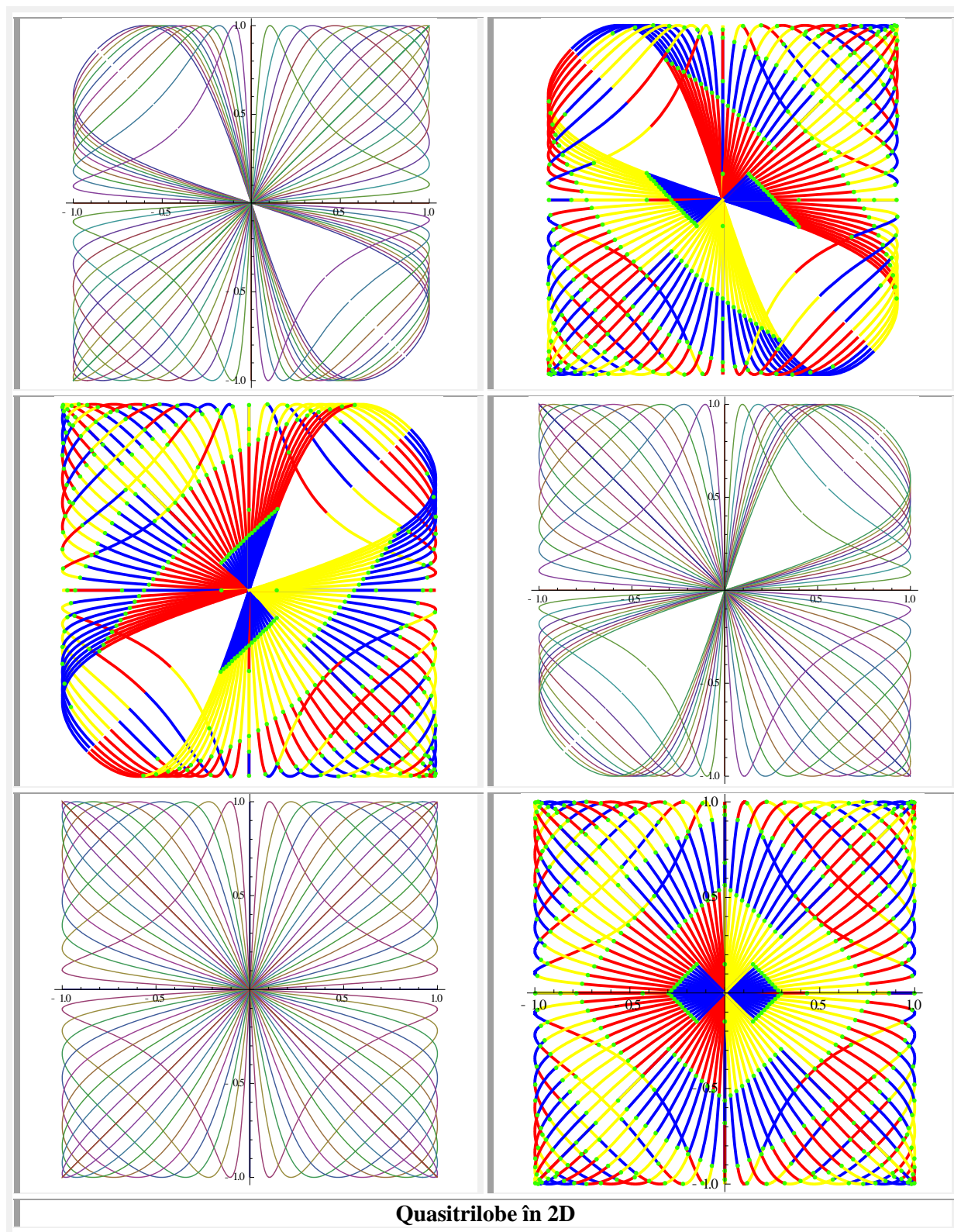
Din grafice din **figura 7** rezultă CES **liniare** pentru **s = 0**, ceea ce era de așteptat, deoarece în acest caz suntem în **domeniul centric**, al vibrațiilor sistemelor liniare clasice, exprimate de funcțiile circulare centrice **cosα** și **sinα**, dar și pentru **s = ± 1**, care constituie un rezultat mai puțin așteptat, chiar o surpriză, care a apărut și în cazul celorlalte sisteme exprimate de **funcții supermatematice** amintite anterior (**quadrilobe**, exprimate prin funcțiile **quadrilobe coqθ** și **siqθ**, dar și de **FSM- circulare excentrice**, prin funcțiile **cexθ** și **sexθ**).

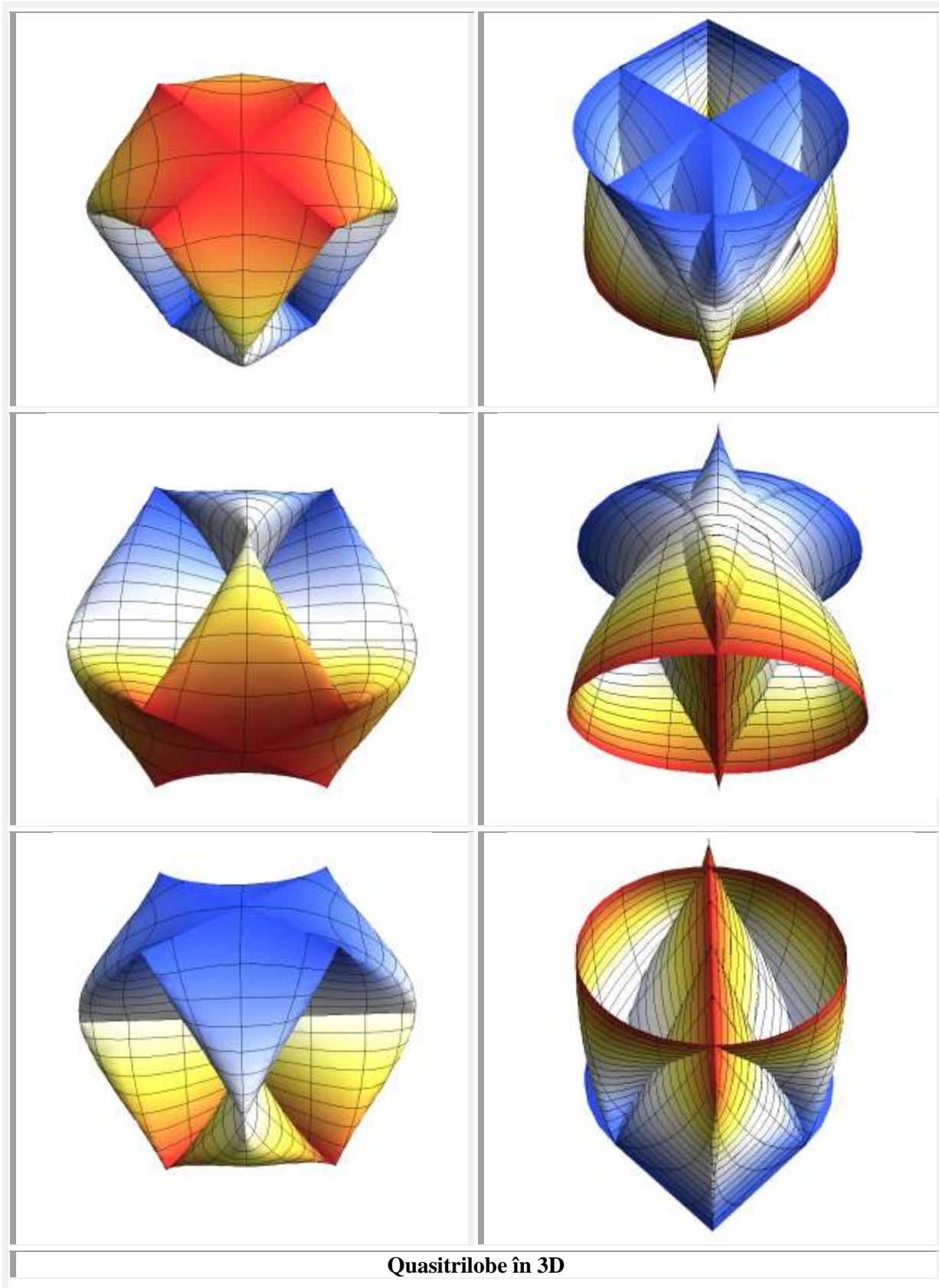
BIBLIOGRAFIE

- | | | | |
|---|----------------------|--|---|
| 1 | Șelariu Mircea Eugen | STUDIUL VIBRAȚIILOR LIBERE ALE UNUI SISTEM NELINIAR, CONSERVATIV CU AJUTORUL FUNCȚIILOR CIRCULARE EXCENTRICE | Com. I Conf. Naț. Vibr. în C.M. Timișoara, 1978, pag. 95...100 |
| 2 | Șelariu Mircea Eugen | FUNCȚIILE SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE cexθ și sexθ DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ – SOLUȚIILE UNOR SISTEME MECANICE NELINIARE | Com. A VII-a Conf. Naț. V.C.M., Timișoara, 1993, pag. 275...284. |
| 3 | Șelariu Mircea Eugen | FUNCȚIILE SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE Cexα și Sexα DE VARIABILĂ CENTRICĂ α CA SOLUȚII ALE UNOR SISTEME OSCILANTE NELINIARE | TEHNO ' 98. A VIII-a Conferința de Inginerie Managerială și Tehnologică, Timișoara 1998, pag 557...572 |
| 4 | Șelariu Mircea Eugen | QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS | The 11 –th International Conference on Vibration Engineering, Timișoara, Sept. 27-30, 2005 pag. 77 ... 82 |

5	Șelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE, Eiția a 2-a Vol. I si Vol. II	Editura POLITEHNICA, Timișoara, 2012
6	Șelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE,	Editura POLITEHNICA, Timișoara, 2007
7	Șelariu Mircea Eugen	FUNCȚII CIRCULARE EXCENTRICE	Com. I Conferință Națională de Vibrații în Construcția de Mașini, Timișoara , 1978, pag.101...108.
8	Șelariu Mircea Eugen	FUNCȚII CIRCULARE EXCENTRICE și EXTENSIA LOR.	Bul .St.și Tehn. al I.P. ”TV” Timișoara, Seria Mecanică, Tomul 25(39), Fasc. 1- 1980, pag. 189...196
9	Șelariu Mircea Eugen	RIGIDITATEA DINAMICĂ EXPRIMATĂ CU FUNCȚII SUPERMATEMATICE	Com.VII Conf. Internaț. De Ing. Manag. Si Tehn., TEHNO’95 Timișoara, 1995 Vol.7 : Mecatronică, Dispoz. Si Rob.Ind.,pag. 185...194
10	Șelariu Mircea Eugen	DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ A RELAȚIEI DE CALCUL A INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE DE SPETA ÎNTÂIA K(k)	Bul. VIII-a Conf. De Vibr. Mec., Timișoara,1996, Vol III, pag.15 ... 24.
11	Șelariu Mircea Eugen	SMARANDACHE STEPPED FUNCTIONS	Revista: “Scientia Magna” Vol. 3, No. 1, 2007, ISSN 1556-6706
12	Șelariu Mircea Eugen	TEHNO ART OF ȘELARIU SUPERMATHEMATICS FUNCTIONS	(ISBN-10):1-59973-037-5 (ISBN-13):974-1-59973-037-0 (EAN): 9781599730370
13	Preda Horea	REPREZENTAREA ASISTATĂ A TRAIECTORIILOR ÎN PLANUL FAZELOR A VIBRAȚIILOR NELINIARE	Com. VI-a Conf.Naț.Vibr. în C.M. Timișoara, 1993
15	Smarandache Florentin Șelariu Mircea Eugen	IMMEDIATE CALCULATION OF SOME POISSON TYPE INTEGRALS USING SUPERMATHEMATICS CIRCULAR EX- CENTRIC FUNCTIONS	http://arxiv.org/abs/0706.4238 Archiv arXiv (United States) vixra.org > Functions and Analysis > vixra:1004.0053
16	Șelariu Mircea Eugen	MIȘCAREA CIRCLARĂ EXCENTRICĂ. PENDULUL SUPERMATEMATIC	www.cartiaz.ro pag.a 3-a
17	Șelariu Mircea Eugen	ELEMENTE NELINIARE LEGATE ÎN SERIE	www.cartiaz.ro pag.a 3-a
18	Șelariu Mircea Eugen	RIGIDITATEA DINAMICĂ EXPRIMATĂ CU FUNCȚII SUPERMATEMATICE	www.cartiaz.ro pag.a 4-a
19	Șelariu Mircea Eugen	OPTIMIZAREA TRANSPORTULUI VIBRAȚIONAL CU AJUTORUL FUNCȚIILOR SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE (FSM-CE)	www.cartiaz.ro pag.a 4-a
20	Șelariu Mircea Eugen	O METODA NOUA DE INTEGRARE. INTEGRAREA PRIN DIVIZAREA DIFERENȚIALEI	www.cartiaz.ro pag.a 4-a
21	Șelariu Mircea Eugen	INTEGRALE SI FUNCȚII ELIPTICE EXCENTRICE	www.cartiaz.ro pag.a 4-a
22	Șelariu Mircea Eugen	LOBELE - CURBE MATEMATICE NOI	www.cartiaz.ro pag.a 6-a

ANEXA 1





Quasitrilobe în 3D